

Ueber die Prüfung
und
Untersuchung von Umdrehungszählern
nach Dr. O. Braun.

Inaugural-Dissertation
zur
Erlangung der Doktorwürde
einer
hohen naturwissenschaftlichen Fakultät
der
Eberhard-Karl-Universität Tübingen

vorgelegt von

Friedrich Göpel,

Assistenten bei der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt zu Charlottenburg.

Berlin.

Druck von Emil Dreyer.

1896.

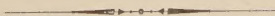
Ueber die Prüfung
und
Untersuchung von Umdrehungszählern
nach Dr. O. Braun.

Inaugural-Dissertation
zur
Erlangung der Doktorwürde
einer
hohen naturwissenschaftlichen Fakultät
der
Eberhard-Karl-Universität Tübingen

vorgelegt von

Friedrich Göpel,

Assistenten bei der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt zu Charlottenburg.



Berlin.
Druck von Emil Dreyer.
1896.

Von der Fakultät angenommen am 16. November 1896.

Ueber die Prüfung und Untersuchung von Umdrehungszählern nach Dr. O. Braun.¹⁾

Einleitung.

Die Reichsanstalt prüft seit einiger Zeit sogenannte *Gyrometer* nach Dr. O. Braun's Patent, Instrumente zur Angabe der Drehgeschwindigkeit umlaufender Wellen u. dergl., uneigentlich auch Umdrehungszähler²⁾ genannt. Die Apparate und Methoden, welche bei der Prüfung Verwendung finden, ebenso die wichtigsten Erfahrungen, welche bisher mit den Instrumenten gemacht wurden, sollen im Folgenden mitgetheilt werden.

Die Konstruktion und Wirkungsweise der Gyrometer, von denen eine der gebräuchlichsten Formen in Fig. 1 a. f. S. abgebildet ist, kann als bekannt vorausgesetzt werden, umsomehr, als in vielen technischen Zeitschriften eingehende Mittheilungen darüber erschienen sind. Die *Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure* enthält im *Jahrg. 1893, Heft 21* einen ausführlichen Aufsatz des nunmehr leider verstorbenen Dr. O. Braun. Seine Instrumente wurden ausserdem der vorletzten (34.) Hauptversammlung des Vereines deutscher Ingenieure zu Remscheid in einem Vortrage vorgeführt, welcher im *Jahrg. 1894, Heft 16* der oben genannten Vereins-Zeitschrift veröffentlicht ist.

1) Die Abhandlung erschien als Mittheilung aus der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt in der Zeitschrift für Instrumentenkunde, Jahrgang 1896. S. 33.

2) Eine sinngemässe Uebertragung des Wortes „Gyrometer“ in die deutsche Sprache ist nicht gut möglich. Umdrehungszähler im eigentlichen Sinne sind blosser Zählwerke, welche die einzelnen Umläufe der Maschine addiren, während die Gyrometer die im Momente der Ablesung herrschende Tourenzahl pro Minute angeben. Da indessen Missverständnisse kaum zu befürchten sind, werden hier beide Ausdrücke für die Braun'schen Instrumente nebeneinander gebraucht.

Das Prinzip des hydrostatischen Umdrehungszählers ist nicht neu. Die einzelnen Phasen seiner Entwicklung sind durch die Konstruktionen von E. Brown (*Journal of the Franklin Institute*, 1874. S. 298), von O. Braun (*Dingler's Journ.* 252. S. 450. 1884) und von Th. Teuber (*Dingler's Journ.* 259. S. 61. 1886) gekennzeichnet. Die jetzige Form nach dem Patent Nr. 42603 darf nach den bisherigen Erfahrungen als die vollkommenste gelten.

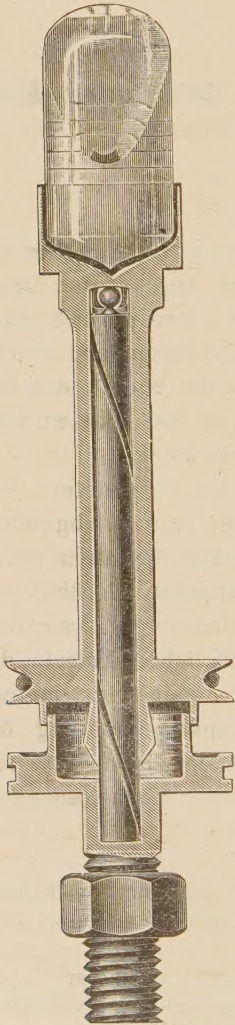


Fig. 1.

Vor den sog. Tachometern, Drehgeschwindigkeitsanzeigern, welche auf der Anwendung von Schwungkugeln in Verbindung mit Federn beruhen, haben die Flüssigkeitsgyrometer, abgesehen von dem geringen Raumbedarf und der handlichen Form, wesentliche theoretische Vorzüge. Dennoch giebt die Technik den Tachometern noch vielfach den Vorzug, weil es Zeigerinstrumente sind, deren sichere Ablesung auch einem ganz ungeübten Auge ohne weitere Instruktion möglich ist. Die Angaben solcher Instrumente sind aber manchmal schwankend, weil sie einerseits von der Reibung der beweglichen Theile gegeneinander, also dem Zustande der Schmierung, sowie auch von der Abnutzung abhängig sind, sich also mit der Zeit verändern, andererseits aber die Elastizität der Federn nicht konstant ist. Dies wird durch den Versuch bestätigt. Ein Tachometer gewöhnlicher Form mit Schwungkugeln und entgegenwirkenden Federn machte *nach längerer Ruhe* 205 Touren, wenn der Zeiger auf 200 stand; nach allmählicher Steigerung der Tourenzahl bis zu 600 T. erfolgte die erneute Einstellung auf Strich 200 schon bei 202 T. der Tachometerachse, obwohl zwischen

beiden Messungen nur etwa 30 Minuten verstrichen waren, und nach weiterer Beanspruchung auf 600 T. während der Dauer von 90 Minuten war die Tourenzahl bei der Einstellung 200 auf den Nominal-

werth herabgegangen. Diese durch direkte elektrische Zählung ermittelten Tourenzahlen sind auf 0,1 % verbürgt. Der Versuch ergibt also eine Aenderung der Angaben um — 2,5 %, deren Vorzeichen auf den Einfluss elastischer Nachwirkung deutet. Leider fehlte Zeit und Material, diese Fehlerquelle bei Tachometern weiter zu untersuchen. Solchen Veränderungen unterliegen die Gyrometer nicht. Auch ihre Ablesung ist bald gelernt und dürfte dem Maschinenwärter keine Schwierigkeiten bereiten.

Die Brauchbarkeit der Zähler wird noch besonders dadurch erhöht, dass sie sehr empfindliche Indikatoren der Ungleichförmigkeit innerhalb einer Umdrehung sind. Diese Eigenschaft war seit Beginn der Prüfungen Gegenstand eingehender Untersuchungen, deren Resultate einer zweiten Veröffentlichung vorbehalten bleiben.

Die Prüfungseinrichtungen.

Die Prüfung hat zu ermitteln, um wieviel die Gyrometerablesungen von der gleichzeitigen wirklichen Tourenzahl des Instrumentes abweichen. Für die Art und Weise der Fehlerermittlung musste zunächst neben ausreichender Sicherheit und Genauigkeit das Bestreben massgebend sein, die Prüfungen möglichst schnell vornehmen zu können, um grössere Prüfungsaufträge rasch zu erledigen. Man wählte deshalb für die Fehlerbestimmungen den Weg des Vergleichens mit einem Normalinstrument. Lässt man das Normal gleichzeitig mit einem oder mehreren zu prüfenden Gyrometern um eine und dieselbe Achse rotiren, so ergibt die Ablesung aller Instrumente die Abweichungen der zu prüfenden vom Normal. Die Einrichtungen hierzu, welche unter Anlehnung an die von Dr. Braun bereits verwendeten nach den Angaben von Dr. Leman in der Reichsanstalt hergestellt wurden, sind folgende (s. Fig. 2). Die zu vergleichenden Instrumente werden in ein mit Schauöffnungen versehenes Metallrohr eingesetzt und durch konisch eingedrehte Hartgummizylinder vom genauen Durchmesser der Rohrweite zentrisch zur Achse befestigt. Beide Enden des Rohres sind mit Messing-

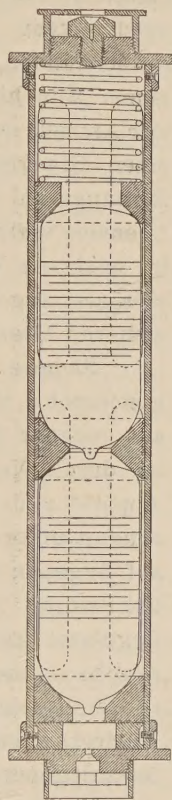


Fig. 2.

böden abgeschlossen, welche stählerne Hohlkerner tragen. Der eine Boden ist fest mit dem Rohr verschraubt, der andere durch Bajonnettverschluss verbunden, um die Instrumente rasch auszuwechseln zu können. Das Rohr wird zwischen vertikalen Spitzen angetrieben, deren Lager auf einem in die Wand gemauerten Eisenzylinder so angeordnet sind, dass die Spitzenentfernung für Rohre verschiedener Länge, je nach der Anzahl und Grösse der Instrumente, verändert werden kann. Die untere Spitze ist, der beweglichen Drehbankspitze ähnlich, als Achse mit Schnurscheibe ausgebildet und mit einem Mitnehmer versehen, der in die unteren Rohrböden passt. Der Antrieb des Apparates erfolgt mittels Schnurübertragung durch einen Siemens'schen Elektromotor von $\frac{1}{16}$ P. S., dessen Umdrehungszahl durch Vorschalten von Widerstand in bestimmten Grenzen variiert werden kann. Zwischen Motor und Vergleichsrohr ist noch ein Vorgelege mit Schnurscheiben verschiedenen Durchmessers angebracht, um die Tourenzahl der Spindel auch in weiteren Grenzen verändern zu können.

Sichere Ablesungen setzen die Möglichkeit voraus, das Vergleichsrohr während der Dauer einer Beobachtungsreihe genau auf gleicher Umdrehungsgeschwindigkeit zu halten. Die letztere ist durch Veränderung der Reibungswiderstände in Motor und Apparat und durch Stromschwankungen beständig kleinen Aenderungen unterworfen, welche nach mancherlei Versuchen am Besten auf folgende Weise vermieden wurden. Unmittelbar neben dem Rohr wurde, von diesem selbst angetrieben, ein kleiner elektrischer Regulator aufgestellt, wie er sich an den Edison'schen Phonographen neuerer Konstruktion befindet. Dieser Regulator schaltet in den Motorstromkreis Widerstände ein und aus, je nachdem die Umdrehungszahl der Spindel von der durch die Regulatorstellung festzulegenden Zahl abweicht. Bei gutem Schmierzustand aller Achsen kann man minutenlang ohne Aenderung der Regulator-einstellung konstante Gyrometerangaben erzielen.

Der Gang der Vergleichung ist folgender: Die Regulatorstellung wird geändert, bis das Normalinstrument nahe die zu prüfende Angabe zeigt, alsdann werden alle Gyrometer abgelesen, indem man die Stellungen der einzelnen Parabolödscheitel in Zwanzigsteln des Theilungsintervalles abschätzt. Dabei ordnet man die Reihenfolge der Ablesungen in geeigneter Weise symmetrisch zur Mitte an, um den Einfluss von Aenderungen der Spindelge-

schwindigkeit zu eliminiren. Die Ablesung der Gyrometer erfolgt mit unbewaffnetem Auge. Dabei giebt man dem Auge zur Vermeidung parallaktischer Ablesefehler eine solche Stellung, dass die dem Paraboloidscheitel benachbarten Theilstriche als gerade Linien erscheinen. Ein geringes Abweichen des Auges von dieser Stellung giebt den Theilstrichen Ellipsengestalt.

Die Vergleichen setzten natürlich ein Normal voraus, dessen Fehler auf absolutem Wege genau bestimmt sind. Diese Bestimmungen mussten den relativen Prüfungen vorausgehen. Während Braun seine Fabrikationsnormale unter geeigneter Anwendung einer schreibenden Stimmgabel hergestellt hatte, deren Schwingungszahl genau untersucht war, schlug die Reichsanstalt bei der Untersuchung ihrer Normale den Weg der direkten Zählung der Umdrehungen ein. Die Einrichtungen hierfür, nach Zeichnungen von Dr. Leman hergestellt, sind folgende.

Ein von allen Seiten zugängliches gusseisernes Gestell von etwa 40 cm Höhe trägt eine vertikal stehende, laternenartige Spindel, welche, ähnlich dem oben beschriebenen Prüfungsrohr, zur zentrischen Aufnahme der Gyrometer eingerichtet ist und sich leicht zwischen Spitzen dreht. Zur Erzielung möglichst gleichförmiger Umdrehung hat die Spindel unten ein Schwungrad erhalten. Am oberen Ende ist die einfach und sicher wirkende Zählvorrichtung angebracht, welche schon früher bei der absoluten Zählung der Stimmgabelschwingungen durch das phonische Rad von Dr. Leman verwendet worden ist¹⁾. Die Einrichtung für den vorliegenden Zweck ist in Fig. 3 abgebildet. Eine der Spindelachse konachsiale Schraube ohne Ende überträgt die Touren auf ein Zahnrad mit 100 Zähnen, mit welchem Unterbrechungsräder verschiedener Zähnezahl gekuppelt werden können, die beim Umlaufe eine Kontaktfeder bethätigen. Die Stromschlüsse der Zählvorrichtung erregen den einen Elektromagneten eines Fuess'schen Zweischreiberchronographen²⁾ und werden hier als feine Punktmarken auf Morsestreifen registriert, gleichzeitig mit den Sekundenmarken einer astronomischen Pendeluhr, welche den Stromkreis des anderen Elektromagneten einschaltet. Aus der gegenseitigen Lage der Touren- und Sekundenmarken kann die absolute Tourenzahl der Spindel ermittelt werden. Antrieb und Regulirung des Apparates

1) Vergl. *Zeitschrift für Instrumentenkunde* 10. S. 170. 1890.

2) Loewenherz, *Bericht über die Berliner Gew.-Ausst.* 1879. S. 36.

sind dieselben, wie bei der vorher beschriebenen Einrichtung für relative Vergleichen. Erwähnt mag noch werden, dass bei den ersten Versuchen eine andere Regulirvorrichtung verwendet wurde. Dieselbe bestand aus einem als Bremse wirkenden Faden, welcher eine der freien Schnurenscheiben des Prüfungsapparates zur Hälfte umspannte und vom Beobachter nach Bedarf zur Veränderung der Spindelgeschwindigkeit angezogen wurde. Die Wirkung dieser sehr einfachen Einrichtung war zwar durchaus befriedigend, ihre Anwendung aber immerhin etwas unbequem. Die Ablesung der Gyrometer erfolgt durch ein Fernrohr, dessen horizontale Visur durch Libelle kontrolirbar ist. Damit ist eine parallaxenfreie Einstellung gesichert. Eine absolute Bestimmung hat folgenden Verlauf: Durch Verstellen des Regulators, welcher unmittelbar

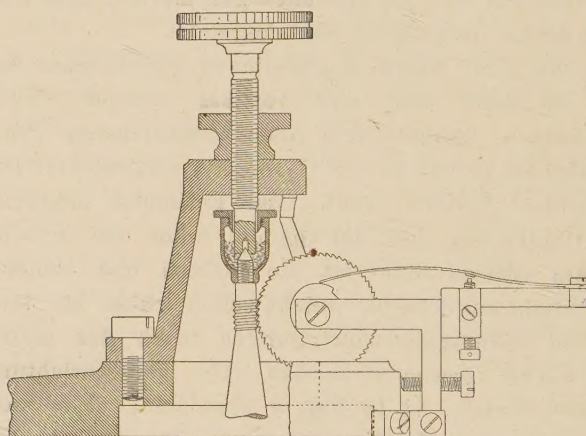


Fig. 5.

neben dem Ablesefernrohr aufgestellt ist, wird die Geschwindigkeit des Gyrometers dem zu prüfenden Strich genau angepasst, indem man den Scheitel der Niveaufläche den Strich von oben tangiren lässt. Nachdem man sich von der Konstanz der Einstellung überzeugt hat, wird durch Schliessen eines Handkontaktes der Chronograph in Bewegung gesetzt und die Registrirung erfolgt. Während der Dauer der Zählung wird die Stellung des Paraboloids beständig kontrolirt.

Verwerthung und Genauigkeit der Beobachtungsergebnisse.

Bei den *relativen* Vergleichen unterscheidet sich die Verwerthung der Vergleichsergebnisse in nichts von anderen relativen

Bestimmungen, z. B. Thermometervergleichen, und darf mithin übergangen werden. Da die Ablesung der Instrumente mit unbewaffnetem Auge erfolgt, so ist die Genauigkeit der Bestimmungen eine beschränkte, jedoch für den praktischen Gebrauch der Gyrometer vollkommen anreichende. Von Herrn Braun wurde seiner Zeit als wünschenswerthe Genauigkeit ein Prozent der Angabe bezeichnet; dass diese Fehlergrenze der mit Rücksicht auf die Theilung der Gyrometer möglichen Ablesungsgenauigkeit entspricht, geht aus der folgenden Tabelle hervor, in welcher die für die Ablesungsgenauigkeit wichtigen Daten einiger gebräuchlichen Instrumente verschiedener Grösse angegeben sind. Dabei ist angenommen, dass die Scheitelstellung zwischen zwei Strichen auf ein Zehntel-Intervall genau geschätzt werden kann.

Tabelle.

Gyrometer Nr.	Tourenbereich in Touren pro Min.	Intervallgrösse <i>mm</i>	Intervallwerth Touren pro Min.	Ablesungs- unsicherheit. Touren pro Min. absolut.	Ablesungs- unsicherheit in Prozenten
4796	200 bis 800	2,3	25	2,5	1,3 bis 0,3
4790	800 bis 1200	3,0	50	5,0	0,6 bis 0,4
4793	800 bis 1500	1,6	50	5,0	0,6 bis 0,3
4791	1000 bis 3000	1,7	100	10,0	1,0 bis 0,3

Die vom Fabrikanten geforderte Genauigkeit ist bei allen bisherigen Vergleichen bis zu etwa 400 Touren innegehalten, schneller laufende Gyrometer sind indess stets mit etwa 0,5% Genauigkeit bestimmt worden. Es wurden indessen auch noch Versuche gemacht, den relativen Bestimmungen durch Verwendung von Ablesefernrohren eine erhöhte Genauigkeit zu geben, so z. B. mit einer von Herrn Braun gefertigten Prismenkombination, durch welche man zwei vertikal übereinander stehende Instrumente gleichzeitig ablesen konnte. Eine solche Vorrichtung würde von wesentlichem Vortheil sein, wenn die Rotationsgeschwindigkeit erheblichen Schwankungen unterläge. Da jedoch, wie bereits erwähnt, die Geschwindigkeit minutenlang konstant gehalten werden konnte, so waren die hiermit erzielten Vortheile nur geringe, so dass die ursprüngliche Art der Beobachtung mit unbewaffnetem Auge beibehalten wurde, zumal für Fehlerbestimmungen grösserer Genauigkeit die fast ebenso bequeme, nur mehr Zeitaufwand erfordernde absolute Methode zur Verfügung stand.

Die Auswerthung der bei den *absoluten* Bestimmungen gewonnenen Chronographenangaben fand nach denselben Grundsätzen statt, welche von Dr. Leman in seinen Mittheilungen „Ueber die Normalstimmgabeln der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt und die absolute Zählung ihrer Schwingungen“ in der *Zeitschrift für Instrumentenkunde* **10.** S. 77, 170, 198. 1890 wiedergegeben worden sind.

Die Anordnung, Berechnung und Genauigkeit der absoluten Bestimmungen wird am besten an einem Beispiel aus den Beob-

Gyrometer Nr. 84. Strich 6000.

8. März 1894.

$t = 18^{\circ},9$ C.

<i>a</i>	<i>b</i>	<i>l</i>	Ber.	<i>A</i>
				Beob. — Ber.
1	— 60	— 2	— 4,8	+ 2,8
1	— 55	— 6	— 4,2	— 1,8
1	— 50	— 3	— 3,7	+ 0,7
1	— 45	— 3	— 3,2	+ 0,2
1	— 40	— 3	— 2,7	— 0,3
1	— 35	— 3	— 2,2	— 0,8
1	— 30	— 1	— 1,6	+ 0,6
1	— 25	0	— 1,1	+ 1,1
1	— 20	— 1	— 0,6	— 0,4
1	— 15	— 1	— 0,1	— 0,9
1	— 10	+ 3	+ 0,4	+ 2,6
1	— 5	+ 2	+ 1,0	+ 1,0
1	0	0	+ 1,5	— 1,5
1	+ 5	0	+ 2,0	— 2,0
1	+ 10	— 1	+ 2,5	— 3,5
1	+ 15	0	+ 3,0	— 3,0
1	+ 20	+ 3	+ 3,6	— 0,6
1	+ 25	+ 5	+ 4,1	+ 0,9
1	+ 30	+ 6	+ 4,6	+ 1,4
1	+ 35	+ 5	+ 5,1	— 0,1
1	+ 40	+ 7	+ 5,6	+ 1,4
1	+ 45	+ 8	+ 6,2	+ 1,8
1	+ 50	+ 7	+ 6,7	+ 0,3
1	+ 55	+ 6	+ 7,2	— 1,2
1	+ 60	+ 9	+ 7,7	+ 1,3
Σ: 25	0	+ 37		+ 16,1
				— 16,1

achtungsprotokollen ersehen. Die mitgetheilten Zahlen beziehen sich auf ein Gyrometer mit Glyzerinfüllung gewöhnlicher Art (Nr. 84), für

Angaben von 2000 bis 6000 Touren, bei welchem die Tourenzahl bei der Einstellung auf 6000 Touren absolut gezählt wurde. Dabei markirte das Unterbrechungsrad des Zählwerkes jede hundertste Umdrehung des Prüfungsapparates. Zur Abkürzung der Berechnung wurde indessen nur die Lage jeder fünften Umdrehungsmarke auf dem Streifen abgelesen. Nach Einsetzung des Näherungswerthes 500 T. = 4,92 Sek. ergab sich obenstehende Ausgleichung nach der Formel

$$ax + by = l.$$

Die Differenzen l , d. i. Beobachtungswerth minus Näherungswerth, sind in hundertstel Sekunden ausgedrückt.

Daraus ergibt sich

$$\begin{aligned} x &= + 1,48, \\ y &= + 0,104. \end{aligned}$$

Danach ist der mittlere Fehler einer einzelnen Bestimmung

$$\epsilon = \pm \sqrt{\frac{61,89}{25-2}} = \pm 1,64 = \pm 0,0164 \text{ Sek.},$$

der wahrscheinliche Fehler einer einzelnen Bestimmung

$$r = \pm 1,10 = \pm 0,011 \text{ Sek.}$$

Der wahrshheinliche Fehler von y ist

$$r_y = \pm \frac{1,10}{\sqrt{32 \cdot 500}} = \pm 0,0061 = \pm 0,000061 \text{ Sek.}$$

Bei der beobachteten Gyrometerangabe 6000 waren

$$100 \text{ Touren} = (0,984 + 0,00104) \text{ Sek.}$$

Demnach ist die Tourenzahl pro Minute

$$n = \frac{100 \cdot 60}{0,98504} = 6091,1 \pm 0,35.$$

Dieses Resultat zeigt, dass der absoluten Zählmethode eine sehr hohe innere Genauigkeit eigenthümlich ist, eine Genauigkeit, die unter Umständen auch wissenschaftlichen Ansprüchen genügen kann; die übrigbleibenden Fehler lassen ausserdem eine befriedigende Wirkung des verwendeten elektrischen Regulators erkennen. Das die im Beispiel ermittelte Tourenzahl um fast hundert Touren vom Sollwerth abweicht, ist, wie ausdrücklich bemerkt werden soll, ein aus besonderen Gründen absichtlich herbeigeführter Fehler des Instrumentes. Für die Anwendung desselben als Vergleichungsnormale bei den relativen Bestimmungen ist der Fehler ganz gleichgültig. Sein grosser Betrag ist hier sogar von einem gewissen praktischen Vortheile, indem er Täuschungen über das Vorzeichen der ermittelten Fehler ausschliesst. Die zum Verkauf gebrachten Braun'schen Gyrometer zeigen nur kleine

Fehler, die meist innerhalb der Ungenauigkeit der Ablesung überhaupt liegen.

Bei der Diskussion des oben gegebenen Beispielles ist jedoch zu beachten, dass diese einmalige Bestimmung unter denselben äusseren Bedingungen vorgenommen worden ist. Die Wiederholung der Zählung zeigt aber, dass die Unsicherheit des Ergebnisses, absolut genommen, durch äussere Einflüsse noch erheblich über die dort gefundene Grenze hinaus vergrössert wird. Daher ist es auch im Allgemeinen nicht nöthig, die einmalige Bestimmung der Tourenzahl jedesmal mit solcher Schärfe wie im obigen Beispiel vorzunehmen. Für diesen Umstand findet sich eine sehr nahe liegende Erklärung. Man lässt bei der Beobachtung, wie oben beschrieben, den Strich durch den Scheitel des Paraboloides von oben her berühren. Solche einseitige Einstellungen werden aber erfahrungsgemäss durch einen Wechsel in der Auffassung des Berührungsvorganges ziemlich unsicher gemacht. Zudem ist gerade der stark gekrümmte Scheitel der einzustellenden Niveaufläche überaus häufig durch wechselnde Beleuchtung in seinem Aussehen verändert, ein Umstand, der die Einstellungsunsicherheit noch erhöhen muss. Bis zu welchem Betrage die Unsicherheiten dieser Art, die bei der einmaligen Zählung natürlich nicht hervortreten, ansteigen, zeigt das folgende Beispiel. Der Strich 6000 auf dem Gyrometer Nr. 84 ist im Ganzen fünfmal zu verschiedenen Zeiten mit gleichem Gewicht bestimmt worden.

Es ergaben sich nach der rechnerischen Ausgleichung der Streifenablesungen folgende Umdrehungszeiten für 100 Touren.

Gyr. Nr. 84. Einstellung: 6000 Touren pro Min.

Datum der Bestimmung	Umdrehungszeiten für 100 T. in Sekunden
7. März 1894	0,9839
7. " "	0,9849
7. " "	0,9835
7. " "	0,9842
8. " "	0,9850

Als Mittel der fünf unabhängigen Bestimmungen ergibt sich 0,9843 Sek. Der wahrscheinliche Fehler einer Bestimmung ist $\pm 0,00042$ Sek., hat demnach den achtfachen Werth des im obigen Beispiel ermittelten Betrages. In Minuten-Touren ausgedrückt, beträgt diese Unsicherheit aber doch nur $\pm 2,6$, also

0,04% der Tourenzahl, eine für technische Zwecke und selbst für den vorliegenden Prüfungszweck immer noch zu grosse Genauigkeit. Dass dieselbe thatsächlich nur auf die angegebenen Ursachen zurückgeführt werden kann, geht daraus hervor, dass die äusseren Verhältnisse bei allen hier aufgeführten Messungen vollkommen gleichartig gehalten worden sind. .

Bei dem vorliegenden Gyrometer entspricht in der Nähe des Striches 6000 einer Zunahme der Tourenzahl von 100 T. eine Verschiebung des Paraboloidscheitels um 1,35 mm, dem wahrscheinlichen Fehler von $\pm 2,6$ Touren pro Min. danach eine lineare Einstellungsunsicherheit von $\pm 0,035$ mm. Diese Grösse liegt bei dem angewendeten Fernrohre schon an der Grenze der Erkennbarkeit, sie giebt aber gleichzeitig einen Aufschluss über die Unsicherheit in der Auffassung derartiger Berührungsvorgänge. Diese bei der *Einstellung* auf bestimmte Geschwindigkeit auftretende Fehlerquelle der Gyrometer hat im Wesentlichen nur Bedeutung für die hier beschriebenen absoluten Bestimmungen. Einmal ihrer Grösse nach ermittelt, kann sie bei allen Prüfungen von gleichem Gewicht als Maassstab dafür dienen, ob die Abweichungen mehrerer gleichartiger Bestimmungen ihrer Grösse nach aus der Berührungsunsicherheit erklärbar sind.

In der Praxis sowohl als auch bei relativen Prüfungen spielt diese Unsicherheit deshalb keine Rolle, weil dann der Scheitel des Paraboloides meist *zwischen* zwei Striche fällt und seine Stellung nach Zehntel-Intervallen geschätzt wird.

Fehlerquellen bei dem praktischen Gebrauch.

Bei dem praktischen Gebrauch der Gyrometer im Maschinenhause und in der Werkstatt wird es nie möglich sein, die äusseren Bedingungen, unter denen das Instrument verwendet wird, auch nur annähernd konstant zu halten, wie bei dem oben angeführten Laboratoriumsversuch. Die Frage, ob und in wie weit die Gyrometer ausser durch die erwähnten Einstellungsunsicherheiten ihre Angaben unter wechselnden *äusseren* Bedingungen ändern können, musste also die Reichsanstalt beschäftigen, nachdem der geeignete Weg zur Prüfung der Gyrometer gefunden war. Es kommt hier namentlich der Einfluss der Temperatur und derjenige einer kleinen Abweichung der Rotationsachse von der Vertikalen in Betracht.

Das Prinzip der Braun'schen Umdrehungszähler ist einer bequemen analytischen Behandlung¹⁾ zugänglich, wenn man annimmt, dass die Glasgefäße oben mit einem planen Deckel, senkrecht zur Achse, verschlossen sind (s. Fig. 4). Bezeichnet h die Höhe der Füllung, $r\omega$ die Umfangsgeschwindigkeit eines Flüssigkeitstheilchens an der inneren Gefäßwand, so ist die Höhe s des Paraboloidscheitels über dem Boden des Gefäßes gegeben durch die Beziehung

$$s = h - \frac{(r\omega)^2}{4g} \quad \dots \quad (1)$$

Ihre Anwendung auf die Gyrometer würde eine quadratische Theilung ergeben. Die Gleichung hat indess nur solange Gültig-

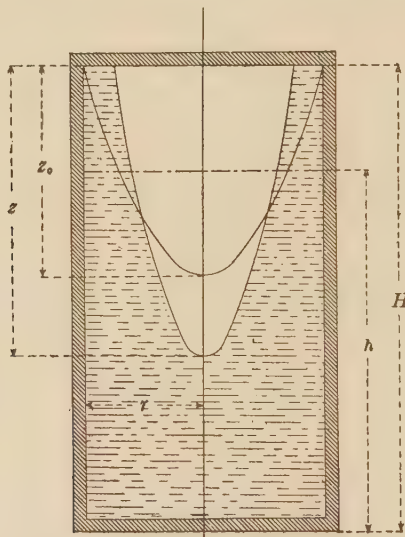


Fig. 4.

keit, als der Deckel von der Flüssigkeit noch nicht berührt ist. Tritt die Berührung ein, und bezeichnet H die Höhe des Deckels über dem Boden, so geht die Gleichung über in

$$s' = H - r\omega \sqrt{\frac{H-h}{g}} \quad \dots \quad (2)$$

Vom Augenblick der Berührung zwischen Flüssigkeit und Deckel wächst danach die Theilung im linearen Verhältniss. Da die Theilung der Gyrometer zumeist erst für Werthe s' auf-

¹⁾ Eine Ableitung der nachfolgenden Formeln (1) und (2) befindet sich u. a. in Grashof, *Theoretische Maschinenlehre*, Bd. I. S. 296.

gebracht ist, soll die letztere Beziehung allein den Ausgangspunkt für weitere Betrachtungen bilden. Setzt man in (2) für s die Pfeilhöhe z der Rotationsparaboloïdes ein, so erhält man

$$z = r \omega \sqrt{\frac{H-h}{g}} \quad (3)$$

Unter Berücksichtigung, dass die Tourenzahl pro Minute

$$n = \frac{30}{\pi} \omega,$$

erhält man

$$n = \frac{30}{\pi} \frac{z}{r} \sqrt{\frac{g}{H-h}} \quad (4)$$

Aus (4) lässt sich durch logarithmische Differentiation die Veränderung dn bestimmen, welche die Tourenzahl bei Einstellung des Paraboloïdscheitels auf einen Strich im Abstand z von der Decke erfährt, wenn sich die Temperatur des Instrumentes um dt ändert. Da das Verhältniss z/r bei Temperaturänderungen konstant bleibt, so erhält man

$$\frac{1}{n} \frac{dn}{dt} = - \frac{1}{2(H-h)} \left(\frac{dH}{dt} - \frac{dh}{dt} \right) \quad (5)$$

Ist β der lineare Ausdehnungskoeffizient des Glases, α der kubische der Flüssigkeit, so ist

$$\frac{dH}{dt} = H\beta \quad \text{und} \quad \frac{dh}{dt} = (\alpha - 2\beta)h,$$

demnach

$$\frac{dn}{dt} = n \frac{(\alpha - 2\beta)h - \beta H}{2(H-h)} \quad (6)$$

Die Grösse $2(H-h)$ hat besondere Wichtigkeit. Sie stellt den Grenzwert z_0 von z dar für den Fall, dass die Flüssigkeit eben den Deckel berührt. Denn dann ist

$$\frac{1}{2} \pi r^2 z_0 = \pi r^2 (h - H + z_0)$$

oder

$$z_0 = 2(H-h) \quad (7)$$

Nach Einführung von z_0 geht (6) über in

$$\frac{dn}{dt} = n \frac{(\alpha - 3\beta)h - \beta z_0/2}{z_0} \quad (8)$$

Hierin kann $\beta \frac{z_0}{2}$ dem ersten Gliede des Zählers gegenüber vernachlässigt werden, sodass

$$\frac{dn}{dt} = n \gamma,$$

wo

$$\gamma = (\alpha - 3\beta) \frac{h}{z_0} \text{ ist.}$$

Eine sehr gebräuchliche Form der Gyrometer hat folgende Abmessungen:

$$\begin{aligned} H &= 95 \text{ mm,} \\ h &= 80 \text{ „ ,} \\ z_0 &= 30 \text{ „ folglich} \end{aligned}$$

Die Füllung besteht aus konzentrirtem Glycerin. Für 1° C. ist nach Landolt-Börnstein's Tabellen

$$\begin{aligned} \text{für Glycerin: } \alpha &= 0,000\,534, \\ \text{für Glas: } 3\beta &= 0,000\,024. \end{aligned}$$

Daraus ergibt sich für die Konstante γ der Werth

$$\gamma = \frac{0,000\,51 \cdot 80}{30} = 0,001\,36.$$

Nimmt man an, dass den angeführten Dimensionen eine Temperatur von $t^\circ \text{ C.}$ zu Grunde liegt, so wird einer Temperatursteigerung um 10° C. eine Aenderung der Tourenzahl

$$dn = n \cdot 0,00136 \cdot 10$$

entsprechen, wenn der Paraboloidscheitel auf den gleichen Strich wie bei $t^\circ \text{ C.}$ eingestellt wird. Die nachfolgende Tabelle enthält diese Aenderungen für einige Tourenzahlen.

*Aenderung der Tourenzahlen
bei 10° C. Temperatursteigerung.*

n	dn
800	+ 10,9
900	+ 12,2
1000	+ 13,6
1100	+ 15,0
1200	+ 16,3

Wenn die Temperaturänderung von 10° C. auch eine sehr beträchtliche ist, so ist sie doch bei der Benutzung der Gyrometer in Maschinenräumen oder Werkstätten nicht ausgeschlossen, sodass diese Aenderungen der Tourenzahlen berücksichtigt werden müssen. Die Beziehung

$$dn = \frac{n(\alpha - 3\beta)h}{z_0} dt$$

ergiebt allerdings, dass man durch Vergrößerung von $z_0 = 2(H - h)$ den Temperaturfehler erniedrigen kann. Das wäre aber nur durch Vergrößerung von H möglich. Damit würde jedoch das Instrument unhandlich und der Beginn der linearen Skale so weit hinausgeschoben werden, dass das Gyrometer für das beabsichtigte Tourenbereich überhaupt unbrauchbar ist.

Hält man z. B. $10^{\circ} C.$ als mögliche Maximalschwankung der Temperatur fest und soll Δn bei 1200 T. pro Minute 1 Tour nicht überschreiten, so müsste unter Beibehaltung $h = 80 \text{ mm}$

$$H = \frac{1200 \cdot 0,00051 \cdot 10 \cdot 80 + 160}{2} = 324,8 \text{ mm}$$

werden.

Es darf demnach für vortheilhafter gelten, mit der Konstanten γ , die sich für Gyrometer verschiedener Form leicht berechnen lässt, den Einfluss der Temperatur zu bestimmen.

Die theoretische Ableitung stützt sich allerdings auf eine Idealform der Gyrometer, welcher die wirkliche Form der Instrumente nur nahe kommt. Ihr Hauptunterschied von der Idealform besteht, wie Fig. 1 zeigt, darin, dass der Deckel nicht plan ist, sondern zum Meridianschnitt etwa eine flache Ellipse oder ein Kreisstück hat, sodass infolgedessen die Theilung für die Werthe $z > z_0$ nicht genau linear verläuft. Diese Abweichung findet dadurch Berücksichtigung, dass die Theilung empirisch hergestellt wird. Da es für die Reichsanstalt lediglich von Wichtigkeit war, über die Grössenordnung der Fehler durch Erwärmung Aufschluss zu erhalten, wurde von einer experimentellen Prüfung der Frage abgesehen, zumal das Resultat derselben immer noch keine strenge Verallgemeinerung auf alle Instrumente zugelassen hätte, weil es bei der grossen Neigung des konzentrirten Glyzerins, Wasser aufzunehmen, durchaus nicht feststeht, ob allen Füllungen dieselbe theoretisch angenommene Ausdehnung zukommt. Gelegentliche Beobachtungen an Gyrometern, welche bei verschiedenen Temperaturen stattfanden, haben Aenderungen der oben angegebenen Grösse ergeben. Die Gültigkeit der theoretischen Festsetzungen über den Temperatureinfluss bleibt deshalb für den praktischen Gebrauch noch sicher genug.

Der Inhalt der Braun'schen Gyrometer besteht fast ausschliesslich aus konzentrirtem Glyzerin. Früher wurden allerdings auch Füllungen mit einem Gemisch von Glyzerin mit der gleichen Menge Wasser benutzt. In neuerer Zeit werden solche Füllungen aber nur noch vereinzelt angewendet. Die Füllungen mit wässerigem Glyzerin leiden ausserdem an dem Mangel, dass sich leicht umfangreiche Pilzwucherungen in der Flüssigkeit bilden, welche das Ablesen erschweren. Die Wucherungen finden sich allerdings nur noch bei älteren Instrumenten, deren

Inhalt entgegen der jetzigen Fabrikationsweise nicht durch längeres Erhitzen sterilisirt worden ist.

Eine weitere Fehlerquelle kann dadurch entstehen, dass das verwendete Gyrometer nicht genau vertikal steht. Mit Rücksicht auf die leichte Abstellbarkeit der Neigungsfehler braucht dieser Fehlerquelle keine besondere Wichtigkeit beigelegt zu werden. Durch die Anwendung eines Lothes oder durch die Lage des Randes der ruhenden Glyzerinoberfläche relativ zu einer Marke an der Gefässwandung kann man die Vertikalstellung hinreichend genau kontroliren. Hier war eine experimentelle Prüfung des Einflusses der Neigung leicht möglich und damit seine theoretische Untersuchung, welche auf Schwierigkeiten stösst, nicht erforderlich. Auch hier handelt es sich selbstverständlich nur darum, ein ungefähres Urtheil über die Grösse des Fehlers zu gewinnen. Der Einfluss der Neigung wurde deshalb an einem Gyrometer der gebräuchlichsten Form gemessen. Es wurde die Tourenzahl bei der Einstellung auf Strich 800 absolut gezählt bei der Neigung 0° , 2° , 4° . Man erhielt folgende Abweichungen vom Nominalwerth:

Neigung in Graden	$\frac{dn}{n}$ in Min.-Touren	$\frac{dn}{n}$ in Prozenten von n
0	0	0
2	— 8	1,0
4	— 14	1,8

Demnach muss man der Aufstellung des Gyrometers einige Aufmerksamkeit zuwenden. Im Uebrigen haben sich die Instrumente frei gezeigt von merklichen variablen Fehlerquellen.

Die Reichsanstalt hat mit einem Braun'schen Gyrometer an einem Gasmotor von nom. 130 Min.-Touren eine längere Reihe Bestimmungen der Tourenzahl vorgenommen, welche gleichzeitig durch eine schreibende Stimmgabel in geeigneter Weise kontrolirt wurden. Die auf beiden Wegen erhaltenen Zahlen stimmten innerhalb einer Minuten-Tour überein. Nach den bisher gemachten Erfahrungen darf es als vortheilhafter gelten, bei langsam laufenden Maschinen die Gyrometer durch eine starke Uebersetzung ins Schnelle mit Schnurübertragung anzutreiben, als sie direkt auf die zu prüfende Achse aufzusetzen. So wurden die eben angeführten Tourenzahl-

bestimmungen bei einer Uebertragung 7:1 auf das Gyrometer gewonnen. Der Vortheil dieser starken Uebertragungen beruht zunächst darin, dass bei schneller laufenden Gyrometern die Theilstriche schärfer präzisirt sind als bei langsam laufenden. Ausserdem ist der Durchmesser der ersteren nothwendig geringer als bei langsam laufenden Gyrometern und damit die Einstellung des Meniskus besser möglich, da das Auge bei grossem Durchmesser des Glases abwechselnd auf Strich und Meniskus akkomodiren muss. Von diesen Gesichtspunkten aus sind namentlich Gyrometer für das Tourenbereich 800 bis 1500 zu empfehlen.

Die aus der oben angeführten Zahlenzusammenstellung ersichtliche Eigenschaft der Gyrometer, dass sich mit wachsender Neigung gegen die Vertikale bei gleicher Tourenzahl der Grösse z vergrössert, ist von Braun zur Konstruktion liegender Instrumente benutzt worden¹⁾. Dieselben sind ungefähr 5^0 gegen die Horizontale geneigt und haben stehenden Gyrometern gegenüber den Vortheil grösserer Skalenlänge bei gleichem Tourenbereich. Da sie erst in einigen Exemplaren in der Reichsanstalt zur Prüfung gelangt sind, ist ein Urtheil über ihre Vorzüge oder Nachtheile vor stehenden Instrumenten noch nicht zu fällen. Mit Rücksicht auf die ziemlich geringe Zahl von Prüfungsaufträgen wurde einstweilen von der Herstellung besonderer Einrichtungen für die relative Bestimmung liegender Instrumente abgesehen und von Fall zu Fall die Prüfung ihrer Angaben durch die oben beschriebene absolute Zählmethode vorgenommen.

1) S. die im Eingang erwähnten Quellen.

